太和一中2020级高一上学期第一次月考

数学试卷

第Ⅰ卷

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1.已知集合，，则（ ）

A. B. C. D.

2.命题“，”的否定为（ ）

A.， B.，

C.， D.，

3.已知全集，集合，集合，则集合（ ）

A. B. C. D.

4.对于实数，，， “”是“”的（ ）

A.充分不必要条件 B.必要不充分条件

C.充要条件 D.既不充分也不必要条件

5.下列各组中的，表示同一集合的是（ ）

A.，；

B.，；

C.，；

D.，；

6.设集合，，若，则实数的值为（ ）

A. B. C. D.2

7.若，都为正实数， ，则的最大值是（ ）

A. B. C. D.

8.下面命题不正确的是（ ）

A.“”是“”的充分不必要条件

B.命题“若，则”的否定是“存在，则”

C.设，则“且”是“”的必要而不充分条件

D.设，则“”是“”的必要不充分条件

9.若，且，则下列不等式一定成立的是（ ）

A. B. C. D.

10.若关于的不等式的解集不是空集，则实数的取值范围为（ ）

A. B. C. D.

11.有下列四个命题:

①是空集

②若，则；

③集合有两个元素；

④集合是有限集

其中正确命题的个数是（ ）

A.0 B.1 C.2 D.3

12.在上定义运算.若不等式对任意实数恒成立，则实数的取值范围为（ ）

A. B. C. D.

第Ⅱ卷

二、填空题：本大题共4小题，每小题5分.

13.已知，求的最小值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

14.命题“，”为假命题，则实数的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

15.若已知集合，，则满足的所有实数构成集合为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

16.已知集合，若，是的两个非空子集，则所有满足中的最大数小于中的最小数的集合对的个数为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

三、解答题：本大题共6个大题，共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17.（10分）已知， ，求证：.

18.（12分）已知集合，，.

（1）求，；

（2）若，求实数的取值范围.

19.（12分）已知，，若是的必要不充分条件，求实数的取值范围.

20.（12分）某工厂要建造一个长方体形状无盖贮水池，其容积为，深为.如果池底每平方米的造价为150元，池壁每平方米的造价为120元，怎样设计水池能使总造价最低？最低总造价是多少？

21.（12分）已知关于的不等式.

（1）当时，求不等式的解集；

（2）当为常数时，求不等式的解集.

22.（12分）给定数集，若对于任意，有，且，则称集合为闭集合.

（1）判断集合，是否为闭集合？并给出证明.

（2）若集合，为闭集合，则是否一定为闭集合？请说明理由.

（3）若集合，为闭集合，且，，求证：.

一、CAABD ADCCB BD

二、13.6 14. 15. 16.49

17.法一：课本42页例2过程

法二：，

因为，，所以，，

故，即证：.

18.解：（1）因为，，

所以，

，

所以.

（2）因为，

①当时，满足题意，此时有，所以；

②当时，则有，解得.

所以的取值范围是.

19.解：，.

因为是的必要不充分条件，

所以是的充分不必要条件，

即，

故有，或，

解得.

又，

所以实数的取值范围为.

20.解：设底面的长为，宽为，水池总造价为元.

根据题意，有



.

由容积为，可得.

因此，.

，

即.

当，即时，等号成立.

所以，将水池的底面设计成边长为的正方形时总造价最低，最低总造价是297600元.

21.解：（1）当时，不等式为，

即，解得.

所以不等式的解集为.

（2）当为常数时，由题意，得原不等式为，

不等式对应的方程的两根为，.

①当时，则，解得；

②当时，不等式为，解得；

③当时，则，解得.

宗上可得，当时，不等式的解集为；

当时，不等式的解集为；

当时，不等式的解集为.

22.解：（1）因为，但是，所以不为闭集合.

任取，设，，，

则且，所以，

同理， ，故为闭集合

（2）结论：不一定.

令，，

则由（1）可知， ，为闭集合，但，，

因此，不为闭集合.

（3）证明：（反证法）若，

则因为，存在且，故，

同理，因为，存在且，故，

因为，所以，或，

若，∵为闭集合，，与矛盾，

若，为闭集合， ，与矛盾，

综上，存在，使得.

∴.